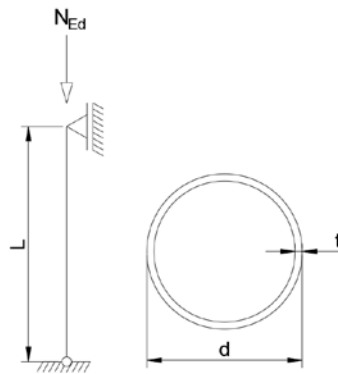


Tehtävä 1



Lähtötiedot

Kylmämuovattu CHS 159 × 4, Kylmävalssattu nauha, Ruostumaton teräsnauha 1.4307

$$L = 3,5 \text{ m}$$

$$A = 19,5 \text{ cm}^2$$

$$N_{Ed} = 250 \text{ kN}$$

$$I = 585,3 \text{ cm}^4$$

$$d = 159 \text{ mm}$$

$$W_{el} = 73,6 \text{ cm}^3$$

$$t = 4 \text{ mm}$$

$$W_{pl} = 96,1 \text{ cm}^3$$

Tehtävän kuvaus

- Piirrä N-V-M kuvaajat
- Mitoita pilari käyttäen käsikirjan ohjeita,
- Mitoita poikkileikkauskestävyys käyttäen korotettua keskimääräistä myötölujuutta sekä käyttäen jatkuvan lujittumisen menetelmää,
- Laske esimerkki käyttäen iPad:ille laadittua sovellusta.

Pohdintaa

- Oletko tarkistanut laskelmat? Missä kohdin meni vikaan? Ymmärsitkö virheen?
- Huomasitko ison eron tuloksissa verrattaessa korotetulla keskimääräisellä myötölujuudella ja CSM menetelmällä laskettaessa? Mikä on ero [%] verrattessa ensin laskettua kestävyyttä korotetulla myötölujuudella ja CSM-menetelmällä laskettuun?
- Täsmäivätkö iPad sovelluksella lasketut kestävyudet käsinlaskentaan? Jos ei, niin mikä on syy eroon?

Tulokset

$$N_{c,Rd} = 390 \text{ kN}, N_{b,Rd} = 288,6 \text{ kN}, f_{ya} = 245 \text{ N/mm}^2, f_{csm} = 266 \text{ N/mm}^2, N_{csm,Rd} = 471,6 \text{ kN}$$

Vastaus tehtävään 1		
NVM		
N [kN]	V [kN]	M [kNm]
Lähtötiedot		
Kylmämuovattu CHS 159 × 4, Kylmävalssattu nauha, Ruostumaton teräsnauha 1.4307		
$L = 3,5 \text{ m}$	$A = 19,5 \text{ cm}^2$	
$N_{Ed} = 250 \text{ kN}$	$I = 585,3 \text{ cm}^4$	
$d = 159 \text{ mm}$	$W_{el} = 73,6 \text{ cm}^3$	
$t = 4 \text{ mm}$	$W_{pl} = 96,1 \text{ cm}^3$	
$f_y = 220 \text{ N/mm}^2$	$E = 200000 \text{ N/mm}^2$	
$f_u = 520 \text{ N/mm}^2$		
Poikkileikkausluokitus		
$\epsilon = 1,01$		
$d/t = 159/4 = 39,8$		
Poikkileikkausluokalle 1, $d/t \leq 50\epsilon^2$, siksi poikkileikkaus kuuluu luokkaan 1.		
Poikkileikkauksen puristuskestävyys		
Luokan 1 poikkileikkaukselle:		
$N_{c,Rd} = A_g f_y / \gamma_{M0}$ $N_{c,Rd} = \frac{19,5 \times 220 \times 10^{-1}}{1,1} = 390 \text{ kN}$		
Nurjahduskestävyys		
$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$ $\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}} \leq 1$ $\phi = 0,5(1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2)$		

Lasketaan kimmoteorian mukainen kriittinen nurjahduskuorma

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \times 200000 \times 585,3 \times 10^4}{(3,50 \times 10^3)^2} \times 10^{-3} = 943,1 \text{ kN}$$

Lasketaan pilarin hoikkuus nurjahdukselle:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{19,5 \times 10^2 \times 220}{943,1 \times 10^3}} = 0,67$$

Kun epätäydellisyyskijä on $\alpha = 0,49$ ja $\bar{\lambda}_0 = 0,2$ kylmämuovatuille austeniittisesta ruostumattomasta teräksestä valmistetulle CHS-profiilille:

$$\phi = 0,5 \times (1 + 0,49 \times (0,67 - 0,2) + 0,67^2) = 0,84$$

$$\chi = \frac{1}{0,84 + [0,84^2 - 0,67^2]^{0,5}} = 0,74 \leq 1$$

$$N_{b,Rd} = 0,74 \times 19,5 \times 220 \times \frac{10^{-1}}{1,1} = 288,6 \text{ kN}$$

Pilarissa vaikuttaa aksiaalinen puristusvoima $N_{Ed} = 250 \text{ kN}$.

Siten pilarin nurjahduskestävyys on riittävä.

Kylmämuovatuun profiilin lujuuden korotetun keskimääräisen lujuuden määrittäminen

$$f_{ya} = f_{yCHS} = 0,85K (\epsilon_{CHS} + \epsilon_{p0,2})^{n_p} \text{ ja } f_y \leq f_{yCHS} \leq f_u$$

Lasketaan tarvittavien suureiden arvot:

$$\epsilon_{CHS} = \frac{t}{2(d-t)} = \frac{4}{2(159-4)} = 0,0129$$

$$\epsilon_{p0,2} = 0,002 + \frac{f_y}{E} = 0,002 + \frac{220}{200\,000} = 0,0031$$

$$\epsilon_u = 1 - \frac{f_y}{f_u} = 1 - \frac{220}{520} = 0,5769$$

$$n_p = \frac{\ln(f_y/f_u)}{\ln(\epsilon_{p0,2}/\epsilon_u)} = \frac{\ln(220/520)}{\ln(0,0031/0,5769)} = 0,1646$$

$$K = \frac{f_y}{\epsilon_{p0,2}^{n_p}} = \frac{220}{0,0031^{0,1646}} = 569,30$$

Siten:

$$f_{ya} = 0,85 \cdot 569,30 (0,0129 + 0,0031)^{0,1646} = 245 \text{ N/mm}^2$$

$$220 \text{ N/mm}^2 \leq 245 \text{ N/mm}^2 \leq 520 \text{ N/mm}^2$$

Laskettu korotettu keskimääräinen lujuus asettuu raja-arvojen sisälle.

Jatkuvan lujittumisen menetelmä (CSM)

Laskelmassa käytetään $f_y = f_{ya} = 245 \text{ N/mm}^2$.

$$\epsilon_y = f_y/E = 245/200\,000 = 0,001225$$

$$\epsilon_u = C_3(1 - f_y/f_u) = 1,00 \cdot (1 - 245/520) = 0,529$$

Taulukko D.1	Ruostumaton teräs	C_1	C_2	C_3	
	Austenittinen	0,10	0,16	1,00	

$$E_{sh} = \frac{f_u - f_y}{C_2 \varepsilon_u - \varepsilon_y} = \frac{520 - 245}{0,16 \cdot 0,529 - 0,001225} = 3296,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\varepsilon_{csm}}{\varepsilon_y} = \begin{cases} \frac{4,44 \times 10^{-3}}{\bar{\lambda}_c^{4,5}} \leq \min\left(15; \frac{C_1 \varepsilon_u}{\varepsilon_y}\right) & \text{for } \bar{\lambda}_c \leq 0,30 \\ \left(1 - \frac{0,224}{\bar{\lambda}_c^{0,342}}\right) \frac{1}{\bar{\lambda}_c^{0,342}} & \text{for } \bar{\lambda}_c > 0,30 \end{cases}$$

Lasketaan ensin $\bar{\lambda}_c$:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{f_y / f_{cr,c}} = \sqrt{245 / 6090,34} = 0,20 \leq 0,30$$

$$f_{cr,c} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{2t}{D} = \frac{200\,000}{\sqrt{3(1-0,3^2)}} \frac{2 \cdot 4}{159} = 6090,34 \text{ N/mm}^2$$

$\bar{\lambda}_c \leq 0,30$ siten:

$$\frac{\varepsilon_{csm}}{\varepsilon_y} = \frac{4,44 \times 10^{-3}}{0,2^{4,5}} = 6,21 \leq \min\left(15; \frac{0,1 \cdot 0,529}{0,001225}\right) = \min(15; 43,18)$$

Laskettu arvo täyttää ehdon.

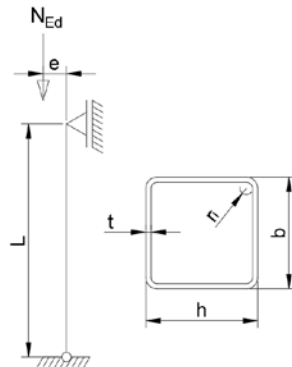
Poikkileikkauskestävyys

$$f_{csm} = f_y + E_{sh} \varepsilon_y ((\varepsilon_{csm} / \varepsilon_y) - 1) = 245 + 3296,77 \cdot 0,001225 (6,21 - 1) = 266 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{c,Rd} = N_{csm,Rd} = \frac{A f_{csm}}{\gamma_{M0}} = \frac{1950 \cdot 266}{1,1} = 471,6 \text{ kN}$$

Laskelma on valmis.

Tehtävä 2



Lähtötiedot

Kylmömöuvattu neliömäinen rakenneputki (SHS) 100x100x5, ferriittinen teräslaji 1.4016.

$L = 3,5 \text{ m}$

$r_i = 5 \text{ mm}$

$N_{Ed} = 250 \text{ kN}$

$A = 1818,45 \text{ mm}^2$

$h = 100 \text{ mm}$

$I = 266,79 \text{ cm}^4$

$b = 100 \text{ mm}$

$W_{el} = 53,36 \text{ cm}^3$

$t = 5 \text{ mm}$

$W_{pl} = 63,73 \text{ cm}^3$

Tehtävän kuvaus

- Piirrä N-V-M kuvaajat
- Onko pilarin poikkileikkauksen kestävyys riittävä, kun pilariin vaikuttaa 250 kN aksiaalinen puristava voima, jonka epäkeskisyyden $e = 100 \text{ mm}$? Määritä tässä tehtävässä ainoastaan poikkileikkauksen kestävyys korotetun keskimääräisen myötlölujuuden perustella sekä jatkuvan lujittumisen menetelmällä (CSM), nurjajhdustarkastelua ei edellytetä tehtäväksi.

Pohdintaa

- Oletko tarkistanut laskelmat? Missä kohdin meni vikaan? Ymmärsitkö virheen?

Tulokset

$f_{ya} = 329,55 \text{ N/mm}^2$, $f_{cr,p} = 2501,90 \text{ N/mm}^2$, $M_{csm,y,Rd} = 20,27 \text{ kNm}$, $N_{csm,Rd} = 584,76 \text{ kN}$, $M_{csm,y,Rd} = 15,10 \text{ kNm}$

Vastaus tehtävään 2		
NVM		
N [kN]	V [kN]	M [kNm]
Lähtötiedot		
Kylmömuovattu neliomäinen rakenneputki (SHS) 100x100x5, ferriittinen teräslaji 1.4016.		
$L = 3,5 \text{ m}$	$r_i = 5 \text{ mm}$	
$N_{Ed} = 250 \text{ kN}$	$A = 1818,45 \text{ mm}^2$	
$h = 100 \text{ mm}$	$I = 266,79 \text{ cm}^4$	
$b = 100 \text{ mm}$	$W_{el} = 53,36 \text{ cm}^3$	
$t = 5 \text{ mm}$	$W_{pl} = 63,73 \text{ cm}^3$	
$f_y = 260 \text{ N/mm}^2$	$E = 200000 \text{ N/mm}^2$	
$f_u = 450 \text{ N/mm}^2$		
Korotettu lujuus kylmämuovatusalle profiille		
$f_{ya} = \frac{f_{yc} A_{c,rolled} + f_{yf}(A - A_{c,rolled})}{A}$		
missä:		
$f_{yc} = 0,85K (\epsilon_c + \epsilon_{p0,2})^{n_p} \text{ and } f_y \leq f_{yc} \leq f_u$		
$f_{yf} = 0,85K (\epsilon_f + \epsilon_{p0,2})^{n_p} \text{ and } f_y \leq f_{yf} \leq f_u$		
Lasketaan tarvittavat suureet:		
$\epsilon_{p0,2} = 0,002 + \frac{260}{200\,000} = 0,0033$		
$\epsilon_c = \frac{t}{2(2r_i + t)} = \frac{5}{2(2 \cdot 5 + 5)} = 0,1667$		
$\epsilon_f = \left[\frac{t}{900} \right] + \left[\frac{\pi t}{2(b + h - 2t)} \right] = \left[\frac{5}{900} \right] + \left[\frac{\pi \cdot 5}{2(100 + 100 - 2 \cdot 5)} \right] = 0,047$		
$n_p = \frac{\ln(f_y/f_u)}{\ln(\epsilon_{p0,2}/\epsilon_u)} = \frac{\ln(260/450)}{\ln(0,0033/0,253)} = 0,126$		

$$K = \frac{f_y}{\varepsilon_{p0,2}^{n_p}} = \frac{260}{0,0033^{0,126}} = 534,12$$

$$\varepsilon_u = 0,6 \left[1 - \frac{f_y}{f_u} \right] = 0,6 \left[1 - \frac{260}{450} \right] = 0,253$$

Lasketaan $A_{c,rolled}$ *missä* n_c on poikkileikkauksessa olevien 90° nurkkien lukumäärä

$$A_{c,rolled} = \left(n_c \pi \frac{t}{4} \right) (2r_i + t) + 4n_c t^2 = \left(4 \cdot \pi \frac{5}{4} \right) (2 \cdot 5 + t) + 4 \cdot 4 \cdot 5^2 = 635,62 \text{ mm}^2$$

$$f_{yc} = 0,85 \cdot 534,12 (0,1667 + 0,0033)^{0,126} = 363,16 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{BUT: } 260 \text{ N/mm}^2 \leq 363,16 \text{ N/mm}^2 \leq 450 \text{ N/mm}^2 \text{ (OK)}$$

$$f_{yf} = 0,85 \cdot 534,12 (0,047 + 0,0033)^{0,126} = 311,50 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{BUT: } 260 \text{ N/mm}^2 \leq 311,50 \text{ N/mm}^2 \leq 450 \text{ N/mm}^2 \text{ (OK)}$$

Siten f_{ya} lasketaan käyttäen $f_{yf} = 311,50 \text{ N/mm}^2$ ja $f_{yc} = 363,16 \text{ N/mm}^2$:

$$f_{ya} = \frac{363,16 \cdot 635,62 + 311,50 \cdot (1818,45 - 635,62)}{1818,45} = 329,55 \text{ N/mm}^2$$

Jatkuvan lujittumisen menetelmä (CSM)

Laskelmassa käytetään $f_y = f_{ya} = 329,55 \text{ N/mm}^2$.

$$\varepsilon_y = f_y/E = 329,55/200\,000 = 0,0016$$

$$\varepsilon_u = C_3(1 - f_y/f_u) = 0,6 \cdot (1 - 329,55/450) = 0,161$$

Taulukko D.1	Ruostumaton teräs	C_1	C_2	C_3	
	Ferriittinen	0,40	0,45	0,60	

$$E_{sh} = \frac{f_u - f_y}{C_2 \varepsilon_u - \varepsilon_y} = \frac{450 - 329,55}{0,45 \cdot 0,161 - 0,0016} = 1700,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\varepsilon_{csm}}{\varepsilon_y} = \begin{cases} \frac{0,25}{\bar{\lambda}_p^{3,6}} \leq \min \left(15, \frac{C_1 \varepsilon_u}{\varepsilon_y} \right) & \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,68 \\ \left(1 - \frac{0,222}{\bar{\lambda}_p^{1,050}} \right) \frac{1}{\bar{\lambda}_p^{1,050}} & \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,68 \end{cases}$$

Lasketaan ensin $\bar{\lambda}_p$:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{f_y/f_{cr,p}}$$

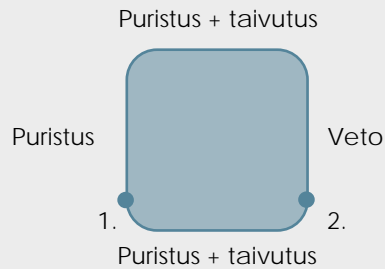
$$f_{cr,p} = \frac{k_\sigma \pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) \bar{b}^2}$$

missä:

$$\bar{b} = b - 3t = 100 - 3 \cdot 5 = 85 \text{ mm}$$

$$\nu = 0,3$$

Koska kyseessä on puristettu ja taivutettu sauva, lasketaan sauvaan muodostuvat jännitykset. Sauvaan muodostuva jännitys tarvitaan suureen k_σ määrittämiseksi. Katso käsikirjan taulukot 5.3 ja 5.4.



Yllä olevaan kuvaan on merkitty sivut, jotka ovat puhtaalla puristuksella sekä sivut, joissa vaikuttaa yhdistetty puristus ja taivutus. Tiedämme puristuksella kuormitetun alueen antavan konservatiivisemmän tuloksen. Siksi laskemme $f_{cr,p}$ (**puristus & taivutus**). Laskelmat on esitetty seuraavasti:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{My}{I} = \frac{250\,000}{1818,45} + \frac{25 \cdot 10^6 \cdot 50}{266,79 \cdot 10^4} = 606 \text{ N/mm}^2 (\text{puristus})$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{My}{I} = \frac{250\,000}{1818,45} - \frac{25 \cdot 10^6 \cdot 50}{266,79 \cdot 10^4} = 331 \text{ N/mm}^2 (\text{veto})$$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{331}{-606} = -0,55$$

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2 = 7,81 - 6,29 \cdot (-0,55) + 9,78 \cdot (-0,55)^2 = 14,23$$

saadaan:

$$f_{cr,p}(\text{puristus \& taivutus}) = \frac{14,23 \cdot \pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 5^2}{12(1 - 0,3^2) \cdot 85^2} = 8900,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cr,p}(\text{puristus}) = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 200\,000 \cdot 5^2}{12(1 - 0,3^2) \cdot 85^2} = 2501,90 \text{ N/mm}^2$$

Koska yksi sivuista on puhtaalla puristuksella kuormitettu, valitsemme $f_{cr,p}$ puristustapauksen perusteella. Pienempi $f_{cr,p}$ arvo antaa tulokseski suuremman $\bar{\lambda}_p$ arvon. Siten $f_{cr,p} = 2501,90 \text{ N/mm}^2$.

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{329,55/2501,90} = 0,36 \leq 0,68$$

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \frac{0,25}{\bar{\lambda}_p^{3,6}} = \frac{0,25}{0,36^{3,6}} = 9,89 \leq \min\left(15; \frac{0,4 \cdot 0,161}{0,0016}\right) = \min(15; 40,25)$$

Laskettu arvo on raja-arvon sisällä : $\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = 9,89$.

Yhdistetylle kuormitukselle sovelletaan seuraavaan kaavaa:

$$M_{y,Ed} \leq M_{R,csm,y,Rd} = M_{csm,y,Rd} \frac{(1 - n_{csm})}{(1 - 0,5a_w)} \leq M_{csm,y,Rd}$$

missä:

$$M_{csm,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \left[1 + \frac{E_{sh} W_{el}}{E W_{pl}} \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} - 1 \right) - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) / \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^\alpha \right]$$

suure α , katso taulukko D.2.

$$M_{csm,Rd} = \frac{63,73 \cdot 10^3 \cdot 329,55}{1,1} \left[1 + \frac{1700,07}{200\,000} \cdot \frac{53,36 \cdot 10^3}{63,73 \cdot 10^3} (9,89 - 1) - \left(1 - \frac{53,36 \cdot 10^3}{63,73 \cdot 10^3} \right) / (9,89)^2 \right]$$

$$M_{csm,Rd} = 20,27 \text{ kNm}$$

HUOM: Havaitaan, että profiilin taivutuskestävyys ei ole riittävä taivutusmomentille 25 kNm. Osoitetaan vielä seuraavallakin laskelmalla.

RHS, jolle $\bar{\lambda}_p \leq 0,60$ kuormitetaan yhdistetyllä kuormituksella:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{R,csm,y,Rd}} \right]^{\alpha_{csm}} \leq 1$$

missä:

$$\alpha_{csm} = 1,66 / (1 - 1,13 n_{csm}^2)$$

$$M_{R,csm,y,Rd} = M_{csm,y,Rd} \frac{(1 - n_{csm})}{(1 - 0,5a_w)} \leq M_{csm,y,Rd}$$

missä:

$$n_{csm} = \frac{N_{Ed}}{N_{csm,Rd}} = \frac{250}{584,76} = 0,43$$

$$N_{csm,Rd} = \frac{A f_{csm}}{\gamma_{M0}} = \frac{1818,45 \cdot 353,73}{1,1} = 584,76 \text{ kN}$$

$$f_{csm} = f_y + E_{sh} \epsilon_y (\epsilon_{csm} / \epsilon_y - 1) = 329,55 + 1700,07 \cdot 0,0016 (9,89 - 1) = 353,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_{csm} = 1,66 / (1 - 1,13 \cdot 0,43^2) = 2,10$$

$$a_w = \frac{(h - 3t)2t}{A} = \frac{(100 - 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 5}{1818,45} = 0,47$$

$$M_{R,csm,y,Rd} = 20,27 \cdot 10^6 \cdot \frac{(1 - 0,43)}{(1 - 0,5 \cdot 0,47)} = 15,1 \text{ kNm} \leq 20,27 \text{ kNm}$$

Edelleen havaitaan, että profiili ei ole riittävä epäkeskeiselle kuormalle 250 kN.

Laskelma on valmis.