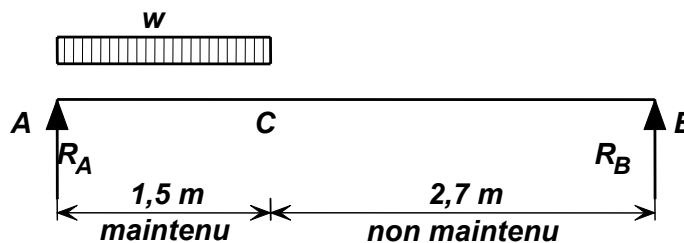
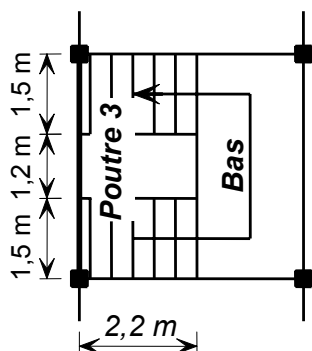




Affaire n°	OSM 466	Feuille	1 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

**EXEMPLE DE CALCUL N°9 – POUTRE AVEC SEMELLE COMPRIMÉE NON MAINTENUE**

Calculer une poutre de support d'escalier. La poutre en appui simple au droit des poteaux a une section en C. La volée d'escalier s'appuie en continu entre les points A et C : ceci assure un maintien de la semelle supérieure de cette partie de la poutre. La semelle supérieure n'est pas maintenue entre les points C et B. La longueur totale de travée est prise égale à 4,2 m.



**Actions**

On suppose que la poutre ne supporte que la charge de la première volée d'escalier jusqu'au palier :

Actions permanentes ( $G$ ) : Charge sur les marches  $1,0 \text{ kN/m}^2 = (1,0 \times 2,2) = 2,2 \text{ kN/m}$   
Poids propre de la poutre  $0,13 \text{ kN/m}$

Actions variables ( $Q$ ) : Charge sur les marches  $4 \text{ kN/m}^2 = (4,0 \times 2,2) = 8,8 \text{ kN/m}$

Cas de chargement à considérer (état limite ultime) :

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Éq. 2.3

Comme il y a une seule action variable ( $Q_{k,1}$ ), le dernier terme n'est pas à considérer ici.

$$\gamma_{G,j} = 1,35 \text{ (effets défavorables)}$$

$$\gamma_{Q,1} = 1,5$$

§ 2.3.2

Actions pondérées :

$$\text{Action permanente : Charge sur les marches} = 1,35 \times 2,2 = 2,97 \text{ kN/m}$$

$$\text{Poids propre de la poutre} = 1,35 \times 0,13 = 0,17 \text{ kN/m}$$

$$\text{Action variable : Charge sur les marches} = 1,5 \times 8,8 = 13,2 \text{ kN/m}$$

**Analyse structurale**

Réactions d'appuis :

$$\begin{aligned} R_A + R_B &= (2,97 + 13,2) \times 1,5 + 0,17 \times 4,2 \\ &= 24,97 \text{ kN} \end{aligned}$$



Affaire n°	OSM 466	Feuille	2 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

En prenant les moments par rapport au point *A*

$$R_B = \frac{1,5 \times 16,17 \times 0,75 + 0,17 \times 4,2 \times (4,2/2)}{4,2} = 4,69 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_A = 24,97 - 4,69 = 20,28 \text{ kN}$$

Le moment fléchissant maximum se trouve à une distance de  $1,5 \left( 1 - \frac{1,5}{2 \times 4,2} \right) = 1,23 \text{ m}$

du point *A*

$$M_{\max} = 20,28 \times 1,23 - 16,17 \times \frac{1,23^2}{2} - 0,17 \times \frac{1,23^2}{2} = 12,58 \text{ kN.m}$$

Le cisaillement maximal est situé au point *A* :

$$F_{Sd} = 20,28 \text{ kN}$$

### Caractéristiques du matériau

L'acier inoxydable utilisé est de nuance 1.4401

Limite d'élasticité conventionnelle à 0,2 % = 220 MPa

Prenons  $f_y = 220 \text{ MPa}$

$E = 200\,000 \text{ MPa}$  et  $G = 76\,900 \text{ MPa}$

Tableau 3.1

§ 3.2.4

§ 3.2.4

Vérifions une section en C de dimensions 200×75 et d'épaisseur = 5 mm

### Caractéristiques de la section transversale

$$I_y = 9,456 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{el,y} = 94,56 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_z = 0,850 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{pl,y} = 112,9 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_w = 5085 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_g = 1650 \text{ mm}^2$$

$$I_t = 1,372 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

### Classification de la section transversale

$$\varepsilon = 1,01$$

Supposons, en se plaçant en sécurité, que pour l'âme :  $c = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$

L'âme est soumise à la flexion, donc :  $\frac{c}{t} = \frac{190}{5} = 38$

Tableau 4.2

Tableau 4.2

Pour la Classe 1,  $\frac{c}{t} \leq 56\varepsilon$ , l'âme est donc de Classe 1

La semelle en console est soumise à la compression, donc :  $\frac{c}{t} = \frac{75}{5} = 15$

Tableau 4.2



Affaire n°	OSM 466	Feuille	3 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

Pour la Classe 3,  $\frac{c}{t} \leq 11,9\varepsilon = 12,0$ , la semelle en console est donc de Classe 4

Par conséquent, la section transversale est de Classe 4.

### Caractéristiques de la section efficace

Calcul du facteur de réduction  $\rho$  pour les parois en console formées à froid

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,231}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1$$

Éq. 4.1b

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad \text{où : } \bar{b} = c = 75 \text{ mm}$$

Éq. 4.2

En supposant une distribution uniforme de contraintes dans la semelle comprimée,

Tableau 4.4

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$$

$$\Rightarrow k_\sigma = 0,43$$

Tableau 4.4

$$\bar{\lambda}_p = \frac{75/5}{28,4 \times 1,01 \times \sqrt{0,43}} = 0,797$$

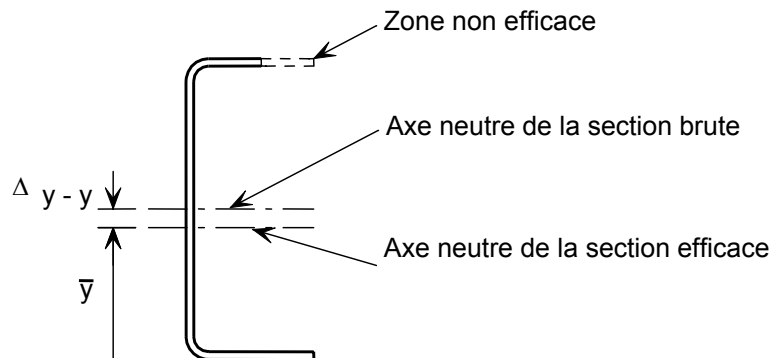
$$\rho = \frac{1}{0,797} - \frac{0,231}{0,797^2} = 0,891$$

$$c_{\text{eff}} = 0,891 \times 75 = 66,8 \text{ mm}$$

Tableau 4.4

$$A_{\text{eff}} = A_g - (1 - \rho)ct = 1650 - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 = 1609 \text{ mm}^2$$

Calcul du décalage de l'axe neutre de la section soumise à la flexion :



$$\bar{y} = \frac{A_g \times \frac{h}{2} - (1 - \rho) \times c \times t \times \left( h - \frac{t}{2} \right)}{A_{\text{eff}}} = \frac{1650 \times \frac{200}{2} - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 \times \left( 200 - \frac{5}{2} \right)}{1609}$$



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone : (01344) 623345  
Fax : (01344) 622944

**FEUILLE DE CALCUL**

Affaire n°	OSM 466	Feuille	4 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Véifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

$$\bar{y} = 97,53 \text{ mm}$$

$$\text{Décalage de l'axe neutre, } \Delta_{y-y} = \frac{h}{2} - \bar{y} = \frac{200}{2} - 97,53 = 2,47 \text{ mm}$$

Calcul de  $I_{\text{eff},y}$  :

$$I_{\text{eff},y} = \left( I_y - \frac{(1-\rho)ct^3}{12} - (1-\rho)ct \left( \frac{h-t}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 - A_{\text{eff}} \Delta_{y-y}^2 \right)$$

$$I_{\text{eff},y} = 9,456 \times 10^6 - \frac{(1-0,891) \times 75 \times 5^3}{12} - (1-0,891) \times 75 \times 5 \times (100-2,5)^2 - 1609 \times 2,47^2$$

$$= 9,06 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff},y} = \frac{I_{\text{eff},y}}{\frac{h}{2} + \Delta_{y-y}} = \frac{9,06 \times 10^6}{\frac{200}{2} + 2,47} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

**Traînage de cisaillement**

Le traînage de cisaillement peut être négligé à condition de vérifier  $b_0 \leq L_e/50$  pour les parois en console.

$$L_e = \text{distance entre les points de moment nul} = 4200 \text{ mm}$$

$L_e/50 = 84 \text{ mm}$ ,  $b_0 = 75 \text{ mm}$ , le traînage de cisaillement peut donc être négligé ici.

**Déformation transversale des semelles**

$$u = \frac{2\sigma_a^2 b_s^4}{E^2 t^2 z}$$

$\sigma_a$  = contrainte longitudinale moyenne dans la semelle = 220 MPa (valeur maximale possible)

$$b_s = (75 - 5) = 70 \text{ mm}$$

$$z = (100 - 2,5) = 97,5 \text{ mm}$$

$$\text{Donc : } u = \frac{2 \times 220^2 \times 70^4}{200000^2 \times 5^2 \times 97,5} = 0,024 \text{ mm}$$

La déformation transversale des semelles peut être négligée si :  $u < 0,05 \times 200 = 10 \text{ mm}$

Ainsi, la déformation transversale des semelles est négligée ici.

§ 4.4.2

§ 4.4.3  
prEN 1993-1-3 :2004  
Clause 5.4(2)  
Éq. 5.3a

prEN 1993-1-3 :2004  
Clause 5.4(1)



Affaire n°	OSM 466	Feuille	5 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

### Coefficients partiels

Les coefficients partiels suivants sont utilisés tout au long de cet exemple :

$$\gamma_{M0} = 1,1 \text{ et } \gamma_{M1} = 1,1$$

Tableau 2.1

### Résistance de la section transversale à la flexion

Pour une section de Classe 4 :

$$M_{c,Rd} = W_{eff,min} f_y / \gamma_{M0}$$

§ 4.7.4

$$M_{c,Rd} = \frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{1,1 \times 10^6} = 17,7 \text{ kN.m}$$

Éq. 4.29

Moment sollicitant de calcul = 12,58 kN.m, donc la résistance de la section transversale à la flexion est satisfaisante.

### Résistance de la section transversale au cisaillement

§ 4.7.5

$$V_{pl,Rd} = A_v (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}$$

Éq. 4.30

$$A_v = h \times t = 200 \times 5 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$V_{Rd} = \frac{1000 \times 220}{\sqrt{3} \times 1,1 \times 1000} = 115,5 \text{ kN}$$

L'effort tranchant de calcul est = 20,28 kN, donc la résistance de la section transversale au cisaillement est satisfaisante.

On vérifie que la résistance au cisaillement n'est pas limitée par le voilement par cisaillement.

On suppose que :  $h_w = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$

$$\frac{h_w}{t} = \frac{190}{5} = 38, \text{ il y a besoin de vérifier la résistance au voilement par cisaillement}$$

§ 5.4.3

$$\text{lorsque : } \frac{h_w}{t} \geq \frac{52\varepsilon}{\eta} = 43,2\varepsilon$$

Ainsi, la résistance au cisaillement n'est pas limitée par le voilement par cisaillement.

### Résistance au déversement

§ 5.4.2

La semelle comprimée de la poutre n'est pas maintenue vis-à-vis du déversement entre les points B et C. On vérifie ce tronçon de poutre au déversement.

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{eff,y} f_y / \gamma_{M1} \text{ pour une section transversale de Classe 4}$$

Éq. 5.8

$$W_{eff,y} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi_{LT} + [\varphi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0,5}} \leq 1$$

Éq. 5.9

$$\varphi_{LT} = 0,5 \left( 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$

Éq. 5.10



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone : (01344) 623345  
Fax : (01344) 622944

**FEUILLE DE CALCUL**

Affaire n°	OSM 466	Feuille	6 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérfié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

Détermination du moment critique de déversement ( $M_{cr}$ )

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left[ \left[ \left( \frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{1/2} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right]$$

$C$  est un appui libre, tandis que  $B$  s'approche de l'encastrement. On considère le cas le plus défavorable, on prend donc :

$$k_z = k_w = 1,0.$$

$C_1, C_2$  et  $C_3$  sont déterminés en considérant le diagramme du moment fléchissant et les conditions d'appuis.

Du diagramme de moment fléchissant, on tire  $\psi = 0$

$$\Rightarrow C_1 = 1,77, C_2 = 0 \text{ et } C_3 = 1,00$$

$z_j = 0$  pour une section transversale à semelles égales

$$M_{cr} = 1,77 \times \frac{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6}{(1,00 \times 2700)^2} \times \left( \left[ \left( \frac{1,00}{1,00} \right)^2 \frac{5085 \times 10^6}{0,850 \times 10^6} + \frac{(1,00 \times 2700)^2 \times 76900 \times 1,372 \times 10^4}{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6} \right]^{0,5} \right)$$

$$M_{cr} = 41,9 \text{ kN.m}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{41,9 \times 10^6}} = 0,68$$

En utilisant le facteur d'imperfection  $\alpha_{LT} = 0,34$  pour les sections formées à froid :

$$\varphi = 0,5 \left( 1 + 0,34(0,68 - 0,4) + 0,68^2 \right) = 0,779$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,779 + [0,779^2 - 0,68^2]^{0,5}} = 0,863$$

$$M_{b,Rd} = 0,863 \times 88,4 \times 10^3 \times 220 \times 10^{-6} / 1,1 = 15,3 \text{ kN.m}$$

Du diagramme de moment fléchissant, on déduit que le moment maximum dans la partie non-maintenue de la poutre = 12,0 kN.m.

Donc, la poutre a une résistance au déversement suffisante.

Éq. 5.11

Annexe B

§ B.1

Tableau B.1

Éq. 5.11

§ 5.4.2



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone : (01344) 623345  
Fax : (01344) 622944

**FEUILLE DE CALCUL**

Affaire n°	OSM 466	Feuille	7 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client  CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérfié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

**Flèches**

Cas de charge (état limite de service) :  $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

Comme il y a une seule action variable ( $Q_{k,1}$ ), le dernier terme n'est pas à considérer ici.  
Le module sécant est utilisé dans le calcul des flèches. Il est donc nécessaire de trouver la contrainte maximale pour les actions permanentes et variables non-pondérées.

$$\text{Module sécant : } E_s = \left( \frac{E_{S1} + E_{S2}}{2} \right),$$

où :

$$E_{s,i} = \frac{E}{1 + 0,002 \frac{E}{\sigma_{i,Ed,ser}} \left( \frac{\sigma_{i,Ed,ser}}{f_y} \right)^n} \text{ et } i = 1,2$$

L'analyse de structure a permis d'obtenir ce qui suit :

- Moment maximal dû aux actions permanentes = 1,90 kN.m
- Moment maximal dû aux actions imposées = 6,68 kN.m
- Moment total dû aux actions non pondérées = 8,58 kN.m

La section est de Classe 4, donc  $W_{eff}$  est utilisé pour le calcul de la contrainte maximale dans la poutre.

Supposons, en se plaçant en sécurité, que les contraintes dans les semelles tendue et comprimée sont approximativement égales, c'est-à-dire  $E_{S1} = E_{S2}$ .

Les constantes suivantes sont utilisées pour déterminer les modules sécants :

Pour l'acier inoxydable de nuance 1.4401,  $n$  (direction longitudinale) = 7,0

Contrainte maximale à l'état limite de service :

$$\sigma_{i,Ed,ser} = \frac{M_{max}}{W_{eff,y}} = \frac{8,58 \times 10^6}{88,4 \times 10^3} = 97,1 \text{ MPa}$$

$$E_{s,i} = \frac{200000}{1 + 0,002 \times \frac{200000}{97,1} \times \left( \frac{97,1}{220} \right)^7} = 197\,348 \text{ MPa}$$

La flèche maximale due aux charges partiellement réparties se produit à une distance égale à environ 1,9 m de l'appui A.

La flèche à une distance  $x$  de l'appui A due à la charge partiellement répartie s'étendant sur une longueur,  $a$ , à partir de cet appui est donnée par les formules suivantes :

§ 5.4.6  
Éq. 2.8

Annexe C

Tableau C.1



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone : (01344) 623345  
Fax : (01344) 622944

**FEUILLE DE CALCUL**

Affaire n°	OSM 466	Feuille	8 sur 8	Rév.	B
Nom Affaire	Projet de Valorisation CECA : Utilisation de l'INOX				
Sujet	<b>Exemple 9</b> – Poutre avec semelle comprimée non maintenue				
Client CECA	Rédigé par	SMH	Date	Août 2001	
	Vérifié par	NRB	Date	Déc. 2001	
	Révisé par	MEB	Date	Avril 2006	

où  $x \geq a$  ;  $\delta = \frac{waL^4}{24aE_S I} n^2 [2m^3 - 6m^2 + m(4+n^2) - n^2]$

avec :  $m = x/L$  et  $n = a/L$

où :  $x = 1,9$  m ;  $a = 1,5$  m ;  $m = 1,9/4,2 = 0,452$  ;  $n = 1,5/4,2 = 0,357$

Charge partiellement répartie (actions permanentes + variables non pondérées)

$w = 11,0$  kN/m

Charge uniformément répartie (action permanente)  $w = 0,128$  kN/m

Flèche  $\delta_1$ , à une distance de 1,9 m de l'appui A, due aux charges partiellement réparties :

$$\delta_1 = \frac{11000 \times 1,5 \times 4200^4}{24 \times 1500 \times 197348 \times 9,06 \times 10^6} \times 0,357^2 [2 \times 0,452^3 - 6 \times 0,452^2 + 0,452(4 + 0,357^2) - 0,357^2]$$

$$= 7,09 \text{ mm}$$

Flèche  $\delta_2$ , à mi-travée due au poids propre de la poutre :

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \times \frac{(w \times L)L^3}{E_S I} = \frac{5}{384} \times \frac{(0,128 \times 10^3 \times 4,2) \times 4200^3}{197348 \times 9,06 \times 10^6} = 0,29 \text{ mm}$$

Flèche totale  $\approx \delta_1 + \delta_2 = 7,09 + 0,29 = 7,38$  mm

$$\delta_{\text{limite}} = \frac{\text{portée}}{250} = \frac{4200}{250} = 16,8 \text{ mm}$$

La flèche est donc suffisamment faible pour être acceptable.

Manuel de calcul des structures en acier (5<sup>ème</sup> Ed.)