



**The Steel
Construction
Institute**

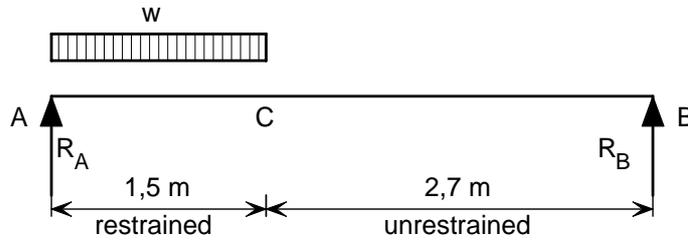
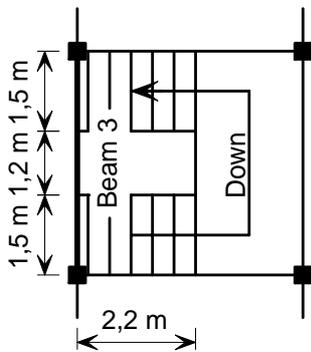
Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN
Telephone: (01344) 623345
Fax: (01344) 622944

Statikpapier

Nr.	OSM 466	Blatt	1 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

BEMESSUNGSBEISPIEL 9 – KALTVERFESTIGTES U-PROFIL UNTER BIEGUNG MIT ABGESTUFTEN, SEITLICHEN HALTERUNGEN DES DRUCKFLANSCHES, BIEGEDRILLKNICKEN ZWISCHEN DEN HALTERUNGEN WIRD MAßGEBEND.

Bemessung eines Unterstützungsträgers einer Treppe. Der Träger besteht aus einem einfachen U-Profil, ausgeführt als Einfeldträger. Der Treppenlauf befindet sich zwischen Punkt A und Punkt C und bildet eine Einspannung des oberen Flansches in diesem Bereich des Trägers. Zwischen den Punkten B und C ist der obere Flansch nicht eingespannt. Die gesamte Spannweite des Trägers beträgt 4,20 m.



Einwirkungen

Es wird angenommen, dass der Träger nur die Lasten aus dem ersten Treppenlauf bis zum Treppenpodest trägt:

Ständige Lasten (*G*): Belastung auf den Stufen $1,0 \text{ kN/m}^2 = (1,0 \times 2,2) = 2,2 \text{ kN/m}$
Eigengewicht des Trägers $0,13 \text{ kN/m}$

Veränderliche Lasten (*Q*) Belastung auf dem Treppenlauf $4 \text{ kN/m}^2 = (4,0 \times 2,2) = 8,8 \text{ kN/m}$

Lastfallkombination (Grenzzustand der Tragfähigkeit):

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Glchn. 2.3

Da nur eine veränderliche Last zu berücksichtigen ist ($Q_{k,1}$), entfällt in diesem Beispiel der letzte Term des o.g. Ausdrucks.

$$\gamma_{G,j} = 1,35 \text{ (ungünstiger Einfluss)}$$

$$\gamma_{Q,1} = 1,5$$

Bemessungslasten:

Ständige Lasten: Belastung auf den Stufen = $1,35 \times 2,2 = 2,97 \text{ kN/m}$

Eigengewicht des Trägers = $1,35 \times 0,13 = 0,17 \text{ kN/m}$

Veränderliche Lasten: Belastung auf dem Treppenlauf = $1,5 \times 8,8 = 13,2 \text{ kN/m}$

Abschnitt
2.3.2

Statische Bemessung

Lagerreaktionen

$$R_A + R_B = (2,97 + 13,2) \times 1,5 + 0,17 \times 4,2 = 24,97 \text{ kN}$$



Nr.	OSM 466	Blatt	2 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Gepüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Momentengleichgewicht um A

$$R_B = \frac{1,5 \times 16,17 \times 0,75 + 0,17 \times 4,2 \times (4,2/2)}{4,2} = 4,69 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_A = 24,97 - 4,69 = 20,28 \text{ kN}$$

$$\text{Maximales Biegemoment im Abstand von } 1,5 \left(1 - \frac{1,5}{2 \times 4,2} \right) = 1,23 \text{ m von } A$$

$$M_{\max} = 20,28 \times 1,23 - 16,17 \times \frac{1,23^2}{2} - 0,17 \times \frac{1,23^2}{2} = 12,58 \text{ kNm}$$

Maximale Querkraft am Punkt A

$$F_{Sd} = 20,28 \text{ kN}$$

Materialeigenschaften

Stahlsorte 1.4401

0,2% Streckgrenze = 220 N/mm²

f_y als 0,2% Streckgrenze = 220 N/mm²

$E = 200\,000 \text{ N/mm}^2$ und $G = 76\,900 \text{ N/mm}^2$

Wähle U-Profil 200 × 75, Dicke = 5 mm

Querschnittseigenschaften

$$I_y = 9,456 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{el,y} = 94,56 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_z = 0,850 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{pl,y} = 112,9 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_w = 5085 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_g = 1650 \text{ mm}^2$$

$$I_t = 1,372 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Querschnittsklassifizierung

$$\varepsilon = 1,01$$

Auf der sicheren Seite liegend wird angenommen, dass $c = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$ für den Steg

$$\text{Steg biegebeansprucht: } \frac{c}{t} = \frac{190}{5} = 38$$

Für Klasse 1, $\frac{c}{t} \leq 56\varepsilon$, somit ist der Steg Klasse 1 zuzuordnen

Tabelle 3.1
Abschnitt
3.2.4
Abschnitt
3.2.4

Tabelle 4.2

Tabelle 4.2



Nr.	OSM 466	Blatt	3 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Auskragender Flansch druckbeansprucht: $\frac{c}{t} = \frac{75}{5} = 15$

Für Klasse 3, $\frac{c}{t} \leq 11,9\varepsilon = 12,0$, somit ist der auskragende Flansch Klasse 4 zuzuordnen

Somit handelt es sich um einen Querschnitt der Klasse 4.

Berechnung der wirksamen Querschnittswerte

Berechnung des Reduktionsfaktors ρ für kaltverformte auskragende Teilflächen

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,231}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{aber } \leq 1$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad \text{worin } \bar{b} = c = 75\text{mm}$$

Es wird eine gleichmäßige Spannungsverteilung innerhalb des gedrückten Flansches unterstellt,

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$$

$$\Rightarrow k_\sigma = 0,43$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{75/5}{28,4 \times 1,01 \times \sqrt{0,43}} = 0,797$$

$$\rho = \frac{1}{0,797} - \frac{0,231}{0,797^2} = 0,891$$

$$c_{\text{eff}} = 0,891 \times 75 = 66,8 \text{ mm}$$

$$A_{\text{eff}} = A_g - (1 - \rho)ct = 1650 - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 = 1609 \text{ mm}^2$$

Berechnung der Verlagerung der neutralen Faser des Querschnitts unter Biegung

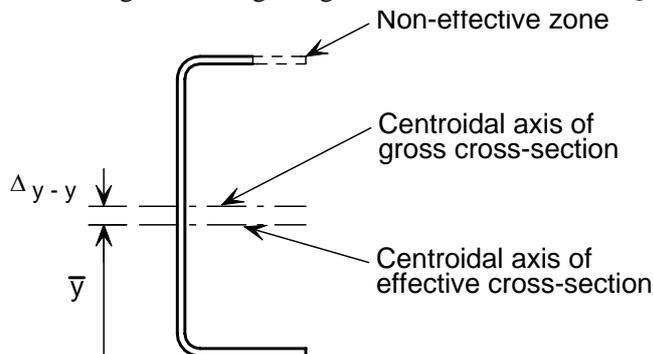


Tabelle 4.2

Glch. 4.1b

Glch. 4.2

Tabelle 4.4

Tabelle 4.4

Tabelle 4.4



Nr.	OSM 466	Blatt	4 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\bar{y} = \frac{A_g \times \frac{h}{2} - (1-\rho) \times c \times t \times \left(h - \frac{t}{2}\right)}{A_{\text{eff}}} = \frac{1650 \times \frac{200}{2} - (1-0,891) \times 75 \times 5 \times \left(200 - \frac{5}{2}\right)}{1609}$$

$$\bar{y} = 97,53 \text{ mm}$$

$$\text{Verlagerung der neutralen Faser, } \Delta_{y-y} = \frac{h}{2} - \bar{y} = \frac{200}{2} - 97,53 = 2,47 \text{ mm}$$

Berechnung von $I_{\text{eff},y}$

$$I_{\text{eff},y} = \left(I_y - \frac{(1-\rho)ct^3}{12} - (1-\rho)ct \left(\frac{h-t}{2} \right)^2 - A_{\text{eff}} \Delta_{y-y}^2 \right)$$

$$I_{\text{eff},y} = 9,456 \times 10^6 - \frac{(1-0,891) \times 75 \times 5^3}{12} - (1-0,891) \times 75 \times 5 \times (100 - 2,5)^2 - 1609 \times 2,47^2$$

$$= 9,06 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff},y} = \frac{I_{\text{eff},y}}{\frac{h}{2} + \Delta_{y-y}} = \frac{9,06 \times 10^6}{\frac{200}{2} + 2,47} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Mitwirkende Breite

Eine Reduzierung auf die mitwirkende Breite kann vernachlässigt werden, wenn gilt $b_0 \leq L_e/50$ für auskragende Teilflächen

L_e = Abstand zwischen den Momentennullpunkten = 4200 mm

$L_e/50 = 84 \text{ mm}$, $b_0 = 75 \text{ mm}$, somit kann die Reduzierung auf die mittragende Breite vernachlässigt werden.

Flanscheindrehungen

$$u = \frac{2\sigma_a^2 b_s^4}{E^2 t^2 z}$$

σ_a = mittlere Längsspannung im Flansch = 220 N/mm² (maximal möglicher Wert)

$b_s = (75 - 5) = 70 \text{ mm}$

$z = (100 - 2,5) = 97,5 \text{ mm}$

$$\therefore u = \frac{2 \times 220^2 \times 70^4}{200000^2 \times 5^2 \times 97,5} = 0,024 \text{ mm}$$

Abschnitt
4.4.2

Abschnitt
4.4.3

prEN 1993-
1-3:2004
Satz 5.4(2)
Gleich. 5.3a



**The Steel
Construction
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN
Telephone: (01344) 623345
Fax: (01344) 622944

Statikpapier

Nr.	OSM 466	Blatt	5 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Flanscheindrehungen können vernachlässigt werden, falls $u < 0,05 \times 200 = 10 \text{ mm}$

Somit sind Flanscheindrehungen vernachlässigbar.

Teilsicherheitsbeiwert

Die folgenden Teilsicherheitsbeiwerte werden in diesem Beispiel verwendet:

$$\gamma_{M0} = 1,1 \text{ und } \gamma_{M1} = 1,1$$

Momenten Tragfähigkeit des Querschnitts

Für Querschnittsklasse 4

$$M_{c,Rd} = W_{\text{eff,min}} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{1,1 \times 10^6} = 17,7 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment = 12,58 kNm, Momenten Tragfähigkeit nachgewiesen

Querkraftwiderstand

$$V_{pl,Rd} = A_v (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}$$

$$A_v = h \times t = 200 \times 5 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$V_{Rd} = \frac{1000 \times 220}{\sqrt{3} \times 1,1 \times 1000} = 115,5 \text{ kN}$$

Bemessungsquerkraft = 20,28 kN, somit ist die Querkrafttragfähigkeit nachgewiesen

Prüfen, ob Querkrafttragfähigkeit durch Schubbeulen begrenzt ist

Es wird angenommen, dass $h_w = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$

$$\frac{h_w}{t} = \frac{190}{5} = 38, \text{ Schubbeulen muss untersucht werden, falls } \frac{h_w}{t} \geq \frac{52\varepsilon}{\eta} = 43,2\varepsilon$$

Querkraft ist nicht durch Schubbeulen begrenzt.

Biegedrillknickwiderstand

Der gedrückte Flansch des Trägers ist in Querrichtung zwischen B und C frei gelagert.

Prüfen dieses Bereiches des Trägers hinsichtlich Biegedrillknickens.

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{\text{eff,y}} f_y / \gamma_{M1} \text{ für Querschnittsklasse 4}$$

$$W_{\text{eff,y}} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

prEN 1993-1-3:2004
Satz 5.4(1)

Tabelle 2.1
Abschnitt
4.7.4

Gleich. 4.29

Abschnitt
4.7.5

Gleich. 4.30

Abschnitt
5.4.3

Abschnitt
5.4.2

Gleich. 5.8



Nr.	OSM 466	Blatt	6 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi_{LT} + \left[\varphi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]^{0,5}} \leq 1$$

Gleich. 5.9

$$\varphi_{LT} = 0,5 \left(1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$

Gleich. 5.10

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

Gleich. 5.11

Bestimmung des elastischen kritischen Moments (M_{cr})

Anhang B

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left(\left[\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{1/2} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right)$$

Abschnitt
B.1

C ist einfach gelagert, während B näherungsweise voll fixiert ist. Es wird der ungünstigste Fall angenommen:

$$k_z = k_w = 1,0.$$

C_1 , C_2 und C_3 werden bestimmt durch Anwendung des Biegemomentendiagramms und den Stabendbedingungen.

Aus dem Momentendiagramm, $\psi = 0$

$$\Rightarrow C_1 = 1,77, C_2 = 0 \text{ and } C_3 = 1,00$$

Tabelle B.1

$z_j = 0$ Für einen Querschnitt mit gleichen Flanschen

$$M_{cr} = 1,77 \times \frac{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6}{(1,00 \times 2700)^2} \times$$

$$\left(\left[\left(\frac{1,00}{1,00} \right)^2 \frac{5085 \times 10^6}{0,850 \times 10^6} + \frac{(1,00 \times 2700)^2 \times 76900 \times 1,372 \times 10^4}{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6} \right]^{0,5} \right)$$

$$M_{cr} = 41,9 \text{ kNm}$$

Gleich. 5.11

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{41,9 \times 10^6}} = 0,68$$

Berücksichtigung des Imperfektionsfaktors $\alpha_{LT} = 0,34$ für kaltverformte Querschnitte

Abschnitt
5.4.2

$$\varphi = 0,5 \left(1 + 0,34(0,68 - 0,4) + 0,68^2 \right) = 0,779$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,779 + \left[0,779^2 - 0,68^2 \right]^{0,5}} = 0,863$$

$$M_{b,Rd} = 0,863 \times 88,4 \times 10^3 \times 220 \times 10^{-6} / 1,1$$

$$= 15,3 \text{ kNm}$$

Aus dem Biegemomentendiagramm, das maximale Moment im einfach gelagerten Bereich des Trägers = 12,0 kNm



Nr.	OSM 466	Blatt	7 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Somit hat das Bauteil ausreichenden Biegedrillknickwiderstand.

Verformung

Lastfallkombination (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit): $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

Da nur eine veränderliche Einwirkung berücksichtigt werden muss ($Q_{k,1}$), entfällt in diesem Beispiel der letzte Term des o.g. Ausdrucks.

Für Verformungsberechnungen wird das Sekantenmodul verwendet – somit muss die maximale Spannung entsprechend der charakteristischen ständigen und veränderlichen Lasten ermittelt werden.

$$\text{Sekantenmodul } E_s = \left(\frac{E_{S1} + E_{S2}}{2} \right),$$

Worin

$$E_{s,i} = \frac{E}{1 + 0,002 \frac{E}{\sigma_{i,Ed,ser}} \left(\frac{\sigma_{i,Ed,ser}}{f_y} \right)^n} \text{ und } i = 1,2$$

Aus der statischem Bemessung ergeben sich folgende Werte:

Maximales Moment durch ständige Lasten = 1,90 kNm

Maximales Moment durch zusätzliche Lasten = 6,68 kNm

Summe der Momente infolge charakteristische Lasten = 8,58 kNm

Es handelt sich um einen Querschnitt der Klasse 4, es wird W_{eff} in den Berechnungen der maximalen Spannung im Bauteil verwendet.

Es wird auf der sicheren Seite liegend angenommen, dass die Spannung im Druck- und im Zugflansch näherungsweise gleich sind, d.h. $E_{S1} = E_{S2}$.

Folgende Konstanten werden zur Bestimmung der Sekantenmodulen herangezogen:

Für die Edelstahlsorte 1.4401, n (Längsrichtung) = 7,0

Bemessungsspannung (Gebrauchstauglichkeit),

$$\sigma_{i,Ed,ser} = \frac{M_{max}}{W_{eff,y}} = \frac{8,58 \times 10^6}{88,4 \times 10^3} = 97,1 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{s,i} = \frac{200000}{1 + 0,002 \times \frac{200000}{97,1} \times \left(\frac{97,1}{220} \right)^7} = 197\,348 \text{ N/mm}^2$$

Maximale Verformung infolge kombinierter Lasten tritt etwa in einem Abstand von 1,9 m von Auflager A auf.

Die Verformung im Abstand x vom Lager A infolge kombinierter Last, die im Abstand a von Lager A angreift, kann durch folgende Formel ermittelt werden :

Abschnitt
5.4.6

Gleich. 2.8

Anhang C

Tabelle C.1



**The Steel
Construction
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN
Telephone: (01344) 623345
Fax: (01344) 622944

Statikpapier

Nr.	OSM 466	Blatt	8 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\text{Wenn } x \geq a \quad \delta = \frac{waL^4}{24aE_sI} n^2 [2m^3 - 6m^2 + m(4+n^2) - n^2]$$

Worin $m = x/L$ und $n = a/L$

Wenn $x = 1,9$ m, und $a = 1,5$ m: $m = 1,9/4,2 = 0,452$, $n = 1,5/4,2 = 0,357$

Lastfallkombination (ständige und veränderliche charakt. Lasten) $w = 11,0$ kN/m

Gleichmäßige Last (ständige Last) $w = 0,128$ kN/m

Verformung infolge kombinierter Last im Abstand von 1,9 m vom Lager A, δ_1

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{11000 \times 1,5 \times 4200^4}{24 \times 1500 \times 197348 \times 9,06 \times 10^6} \times \\ &\quad 0,357^2 [2 \times 0,452^3 - 6 \times 0,452^2 + 0,452(4 + 0,357^2) - 0,357^2] \\ &= 7,09 \text{ mm} \end{aligned}$$

Verformung in Trägermitte infolge Eigengewicht des Trägers, δ_2

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \times \frac{(w \times L)L^3}{E_s I} = \frac{5}{384} \times \frac{(0,128 \times 10^3 \times 4,2) \times 4200^3}{197348 \times 9,06 \times 10^6} = 0,29 \text{ mm}$$

Gesamtverformung $\approx \delta_1 + \delta_2 = 7,09 + 0,29 = 7,38$ mm

$$\delta_{\text{limiting}} = \frac{\text{span}}{250} = \frac{4200}{250} = 16,8 \text{ mm}$$

Die Verformung ist ausreichend klein.

Steel
Designer's
Manual
(5th Ed)