



**The Steel  
Construction  
Institute**

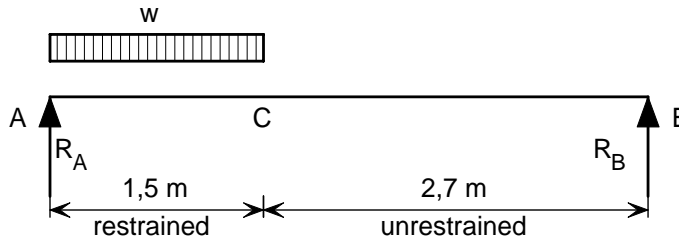
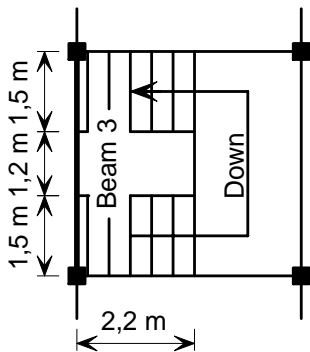
Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	1 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

**BEMESSUNGSBEISPIEL 9 – KALTVERFESTIGTES U-PROFIL UNTER BIEGUNG MIT ABGESTUFTEN, SEITLICHEN HALTERUNGEN DES DRUCKFLANSCHES, BIEGEDRILLKNICKEN ZWISCHEN DEN HALTERUNGEN WIRD MAßGEBEND.**

Bemessung eines Unterstützungsträgers einer Treppe. Der Träger besteht aus einem einfachen U-Profil, ausgeführt als Einfeldträger. Der Treppenlauf befindet sich zwischen Punkt A und Punkt C und bildet eine Einspannung des oberen Flansches in diesem Bereich des Trägers. Zwischen den Punkten B und C ist der obere Flansch nicht eingespannt. Die gesamte Spannweite des Trägers beträgt 4,20 m.



**Einwirkungen**

Es wird angenommen, dass der Träger nur die Lasten aus dem ersten Treppenlauf bis zum Treppenpodest trägt:

Ständige Lasten (*G*): Belastung auf den Stufen  $1,0 \text{ kN/m}^2 = (1,0 \times 2,2) = 2,2 \text{ kN/m}$   
Eigengewicht des Trägers  $0,13 \text{ kN/m}$

Veränderliche Lasten (*Q*) Belastung auf dem Treppenlauf  $4 \text{ kN/m}^2 = (4,0 \times 2,2) = 8,8 \text{ kN/m}$

Lastfallkombination (Grenzzustand der Tragfähigkeit):

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Glchn. 2.3

Da nur eine veränderliche Last zu berücksichtigen ist ( $Q_{k,1}$ ), entfällt in diesem Beispiel der letzte Term des o.g. Ausdrucks.

$\gamma_{G,j} = 1,35$  (ungünstiger Einfluss)

$\gamma_{Q,1} = 1,5$

Abschnitt 2.3.2

Bemessungslasten:

Ständige Lasten: Belastung auf den Stufen =  $1,35 \times 2,2 = 2,97 \text{ kN/m}$

Eigengewicht des Trägers =  $1,35 \times 0,13 = 0,17 \text{ kN/m}$

Veränderliche Lasten: Belastung auf dem Treppenlauf =  $1,5 \times 8,8 = 13,2 \text{ kN/m}$

**Statische Bemessung**

Lagerreaktionen

$$R_A + R_B = (2,97 + 13,2) \times 1,5 + 0,17 \times 4,2 = 24,97 \text{ kN}$$



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	2 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber  ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Momentengleichgewicht um A

$$R_B = \frac{1,5 \times 16,17 \times 0,75 + 0,17 \times 4,2 \times (4,2/2)}{4,2} = 4,69 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_A = 24,97 - 4,69 = 20,28 \text{ kN}$$

$$\text{Maximales Biegemoment im Abstand von } 1,5 \left( 1 - \frac{1,5}{2 \times 4,2} \right) = 1,23 \text{ m von } A$$

$$M_{\max} = 20,28 \times 1,23 - 16,17 \times \frac{1,23^2}{2} - 0,17 \times \frac{1,23^2}{2} = 12,58 \text{ kNm}$$

Maximale Querkraft am Punkt A

$$F_{Sd} = 20,28 \text{ kN}$$

**Materialeigenschaften**

Stahlsorte 1.4401

0,2% Streckgrenze = 220 N/mm<sup>2</sup>

$f_y$  als 0,2% Streckgrenze = 220 N/mm<sup>2</sup>

$E = 200\,000 \text{ N/mm}^2$  und  $G = 76\,900 \text{ N/mm}^2$

Wähle U-Profil 200 × 75, Dicke = 5 mm

**Querschnittseigenschaften**

$$I_y = 9,456 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{el,y} = 94,56 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_z = 0,850 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{pl,y} = 112,9 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_w = 5085 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_g = 1650 \text{ mm}^2$$

$$I_t = 1,372 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

**Querschnittsklassifizierung**

$$\varepsilon = 1,01$$

Auf der sicheren Seite liegend wird angenommen, dass  $c = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$  für den Steg

$$\text{Steg biegebeansprucht: } \frac{c}{t} = \frac{190}{5} = 38$$

Für Klasse 1,  $\frac{c}{t} \leq 56\varepsilon$ , somit ist der Steg Klasse 1 zuzuordnen

Tabelle 3.1  
Abschnitt  
3.2.4  
Abschnitt  
3.2.4

Tabelle 4.2

Tabelle 4.2



Nr.	OSM 466	Blatt	3 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Auskragender Flansch druckbeansprucht:  $\frac{c}{t} = \frac{75}{5} = 15$

Für Klasse 3,  $\frac{c}{t} \leq 11,9\varepsilon = 12,0$ , somit ist der auskragende Flansch Klasse 4 zuzuordnen

Somit handelt es sich um einen Querschnitt der Klasse 4.

**Berechnung der wirksamen Querschnittswerte**

Berechnung des Reduktionsfaktors  $\rho$  für kaltverformte auskragende Teilflächen

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,231}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{aber } \leq 1$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad \text{worin } \bar{b} = c = 75\text{mm}$$

Es wird eine gleichmäßige Spannungsverteilung innerhalb des gedrückten Flansches unterstellt,

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$$

$$\Rightarrow k_\sigma = 0,43$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{75/5}{28,4 \times 1,01 \times \sqrt{0,43}} = 0,797$$

$$\rho = \frac{1}{0,797} - \frac{0,231}{0,797^2} = 0,891$$

$$c_{\text{eff}} = 0,891 \times 75 = 66,8 \text{ mm}$$

$$A_{\text{eff}} = A_g - (1 - \rho)ct = 1650 - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 = 1609 \text{ mm}^2$$

Berechnung der Verlagerung der neutralen Faser des Querschnitts unter Biegung

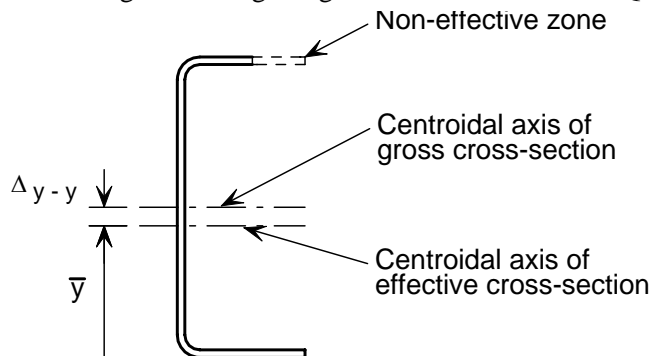


Tabelle 4.2

Glch. 4.1b

Glch. 4.2

Tabelle 4.4

Tabelle 4.4

Tabelle 4.4



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	4 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\bar{y} = \frac{A_g \times \frac{h}{2} - (1 - \rho) \times c \times t \times \left( h - \frac{t}{2} \right)}{A_{eff}} = \frac{1650 \times \frac{200}{2} - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 \times \left( 200 - \frac{5}{2} \right)}{1609}$$

$$\bar{y} = 97,53 \text{ mm}$$

Verlagerung der neutralen Faser,  $\Delta_{y-y} = \frac{h}{2} - \bar{y} = \frac{200}{2} - 97,53 = 2,47 \text{ mm}$

Berechnung von  $I_{eff,y}$

$$I_{eff,y} = \left( I_y - \frac{(1 - \rho) c t^3}{12} - (1 - \rho) c t \left( \frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 - A_{eff} \Delta_{y-y}^2 \right)$$

$$I_{eff,y} = 9,456 \times 10^6 - \frac{(1 - 0,891) \times 75 \times 5^3}{12} - (1 - 0,891) \times 75 \times 5 \times (100 - 2,5)^2 - 1609 \times 2,47^2$$

$$= 9,06 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_{eff,y} = \frac{I_{eff,y}}{\frac{h}{2} + \Delta_{y-y}} = \frac{9,06 \times 10^6}{\frac{200}{2} + 2,47} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

**Mitwirkende Breite**

Eine Reduzierung auf die mitwirkende Breite kann vernachlässigt werden, wenn gilt  $b_0 \leq L_e/50$  für auskragende Teilflächen

$L_e$  = Abstand zwischen den Momentennullpunkten = 4200 mm

$L_e/50 = 84 \text{ mm}$ ,  $b_0 = 75 \text{ mm}$ , somit kann die Reduzierung auf die mittragende Breite vernachlässigt werden.

**Flanscheindrehungen**

$$u = \frac{2\sigma_a^2 b_s^4}{E^2 t^2 z}$$

$\sigma_a$  = mittlere Längsspannung im Flansch = 220 N/mm<sup>2</sup> (maximal möglicher Wert)

$$b_s = (75 - 5) = 70 \text{ mm}$$

$$z = (100 - 2,5) = 97,5 \text{ mm}$$

$$\therefore u = \frac{2 \times 220^2 \times 70^4}{200000^2 \times 5^2 \times 97,5} = 0,024 \text{ mm}$$

Abschnitt  
4.4.2

Abschnitt  
4.4.3

prEN 1993-1-3:2004  
Satz 5.4(2)  
Gleich. 5.3a



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	5 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber  ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Flanscheindrehungen können vernachlässigt werden, falls  $u < 0,05 \times 200 = 10 \text{ mm}$

Somit sind Flanscheindrehungen vernachlässigbar.

### Teilsicherheitsbeiwert

Die folgenden Teilsicherheitsbeiwerte werden in diesem Beispiel verwendet:

$$\gamma_{M0} = 1,1 \text{ und } \gamma_{M1} = 1,1$$

### Momenten Tragfähigkeit des Querschnitts

Für Querschnittsklasse 4

$$M_{c,Rd} = W_{\text{eff,min}} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{1,1 \times 10^6} = 17,7 \text{ kNm}$$

Bemessungsmoment = 12,58 kNm, Momenten Tragfähigkeit nachgewiesen

### Querkraftwiderstand

$$V_{pl,Rd} = A_v (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}$$

$$A_v = h \times t = 200 \times 5 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$V_{Rd} = \frac{1000 \times 220}{\sqrt{3} \times 1,1 \times 1000} = 115,5 \text{ kN}$$

Bemessungsquerkraft = 20,28 kN, somit ist die Querkrafttragfähigkeit nachgewiesen

Prüfen, ob Querkrafttragfähigkeit durch Schubbeulen begrenzt ist

Es wird angenommen, dass  $h_w = h - 2t = 200 - 10 = 190 \text{ mm}$

$$\frac{h_w}{t} = \frac{190}{5} = 38, \text{ Schubbeulen muss untersucht werden, falls } \frac{h_w}{t} \geq \frac{52\varepsilon}{\eta} = 43,2\varepsilon$$

Querkraft ist nicht durch Schubbeulen begrenzt.

### Biegedrillknickwiderstand

Der gedrückte Flansch des Trägers ist in Querrichtung zwischen B und C frei gelagert.

Prüfen dieses Bereiches des Trägers hinsichtlich Biegedrillknickens.

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{\text{eff,y}} f_y / \gamma_{M1} \text{ für Querschnittsklasse 4}$$

$$W_{\text{eff,y}} = 88,4 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

prEN 1993-1-3:2004  
Satz 5.4(1)

Tabelle 2.1  
Abschnitt  
4.7.4

Gleich. 4.29

Abschnitt  
4.7.5

Gleich. 4.30

Abschnitt  
5.4.3

Abschnitt  
5.4.2

Gleich. 5.8



Nr.	OSM 466	Blatt	6 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi_{LT} + \left[ \varphi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]^{0,5}} \leq 1$$

Gleich. 5.9

$$\varphi_{LT} = 0,5 \left( 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$

Gleich. 5.10

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

Gleich. 5.11

Bestimmung des elastischen kritischen Moments ( $M_{cr}$ )

Anhang B

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left( \left[ \left( \frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{1/2} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right)$$

Abschnitt  
B.1

C ist einfach gelagert, während B näherungsweise voll fixiert ist. Es wird der ungünstigste Fall angenommen:

$$k_z = k_w = 1,0.$$

$C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  werden bestimmt durch Anwendung des Biegemomentendiagramms und den Stabendbedingungen.

Aus dem Momentendiagramm,  $\psi = 0$

$$\Rightarrow C_1 = 1,77, C_2 = 0 \text{ and } C_3 = 1,00$$

Tabelle B.1

$z_j = 0$  Für einen Querschnitt mit gleichen Flanschen

$$M_{cr} = 1,77 \times \frac{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6}{(1,00 \times 2700)^2} \times$$

$$\left( \left[ \left( \frac{1,00}{1,00} \right)^2 \frac{5085 \times 10^6}{0,850 \times 10^6} + \frac{(1,00 \times 2700)^2 \times 76900 \times 1,372 \times 10^4}{\pi^2 \times 200000 \times 0,850 \times 10^6} \right]^{0,5} \right)$$

$$M_{cr} = 41,9 \text{ kNm}$$

Gleich. 5.11

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{88,4 \times 10^3 \times 220}{41,9 \times 10^6}} = 0,68$$

Berücksichtigung des Imperfektionsfaktors  $\alpha_{LT} = 0,34$  für kaltverformte Querschnitte

Abschnitt  
5.4.2

$$\varphi = 0,5 \left( 1 + 0,34(0,68 - 0,4) + 0,68^2 \right) = 0,779$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,779 + \left[ 0,779^2 - 0,68^2 \right]^{0,5}} = 0,863$$

$$M_{b,Rd} = 0,863 \times 88,4 \times 10^3 \times 220 \times 10^{-6} / 1,1$$

$$= 15,3 \text{ kNm}$$

Aus dem Biegemomentendiagramm, das maximale Moment im einfach gelagerten Bereich des Trägers = 12,0 kNm



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	7 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

Somit hat das Bauteil ausreichenden Biegedrillknickwiderstand.

### Verformung

Lastfallkombination (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit):  $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

Da nur eine veränderliche Einwirkung berücksichtigt werden muss ( $Q_{k,1}$ ), entfällt in diesem Beispiel der letzte Term des o.g. Ausdrucks.

Für Verformungsberechnungen wird das Sekantenmodul verwendet – somit muss die maximale Spannung entsprechend der charakteristischen ständigen und veränderlichen Lasten ermittelt werden.

$$\text{Sekantenmodul } E_s = \left( \frac{E_{S1} + E_{S2}}{2} \right),$$

Worin

$$E_{s,i} = \frac{E}{1 + 0,002 \frac{E}{\sigma_{i,Ed,ser}} \left( \frac{\sigma_{i,Ed,ser}}{f_y} \right)^n} \text{ und } i = 1,2$$

Aus der statischem Bemessung ergeben sich folgende Werte:

Maximales Moment durch ständige Lasten = 1,90 kNm

Maximales Moment durch zusätzliche Lasten = 6,68 kNm

Summe der Momente infolge charakteristische Lasten = 8,58 kNm

Es handelt sich um einen Querschnitt der Klasse 4, es wird  $W_{eff}$  in den Berechnungen der maximalen Spannung im Bauteil verwendet.

Es wird auf der sicheren Seite liegend angenommen, dass die Spannung im Druck- und im Zugflansch näherungsweise gleich sind, d.h.  $E_{S1} = E_{S2}$ .

Folgende Konstanten werden zur Bestimmung der Sekantenmodulen herangezogen:

Für die Edelstahlsorte 1.4401,  $n$  (Längsrichtung) = 7,0

Bemessungsspannung (Gebrauchstauglichkeit),

$$\sigma_{i,Ed,ser} = \frac{M_{max}}{W_{eff,y}} = \frac{8,58 \times 10^6}{88,4 \times 10^3} = 97,1 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{s,i} = \frac{200000}{1 + 0,002 \times \frac{200000}{97,1} \times \left( \frac{97,1}{220} \right)^7} = 197 \text{ 348 N/mm}^2$$

Maximale Verformung infolge kombinierter Lasten tritt etwa in einem Abstand von 1,9 m von Auflager A auf.

Die Verformung im Abstand  $x$  vom Lager A infolge kombinierter Last, die im Abstand  $a$  von Lager A angreift, kann durch folgende Formel ermittelt werden :

Abschnitt  
5.4.6  
Gleich. 2.8

Anhang C

Tabelle C.1



**The Steel  
Construction  
Institute**

Silwood Park, Ascot, Berks SL5 7QN  
Telephone: (01344) 623345  
Fax: (01344) 622944

**Statikpapier**

Nr.	OSM 466	Blatt	8 von 8	Index	B
Titel		ECSC Stainless Steel Valorisation Project			
Inhalt		Bemessungsbeispiel 9 – Kaltverfestigtes U-Profil unter Biegung			
Auftraggeber  ECSC	Aufgestellt	SMH	Datum	Aug. 2001	
	Geprüft	NRB	Datum	Dez. 2001	
	Korrigiert	MEB	Datum	April 2006	

$$\text{Wenn } x \geq a \quad \delta = \frac{waL^4}{24aE_S I} n^2 [2m^3 - 6m^2 + m(4+n^2) - n^2]$$

Worin  $m = x/L$  und  $n = a/L$

Wenn  $x = 1,9$  m, und  $a = 1,5$  m:  $m = 1,9/4,2 = 0,452$ ,  $n = 1,5/4,2 = 0,357$

Lastfallkombination (ständige und veränderliche charakt. Lasten)  $w = 11,0$  kN/m

Gleichmäßige Last (ständige Last)  $w = 0,128$  kN/m

Verformung infolge kombinierter Last im Abstand von 1,9 m vom Lager A,  $\delta_1$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{11000 \times 1,5 \times 4200^4}{24 \times 1500 \times 197348 \times 9,06 \times 10^6} \times \\ &\quad 0,357^2 [2 \times 0,452^3 - 6 \times 0,452^2 + 0,452(4 + 0,357^2) - 0,357^2] \\ &= 7,09 \text{ mm} \end{aligned}$$

Verformung in Trägermitte infolge Eigengewicht des Trägers,  $\delta_2$

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \times \frac{(w \times L)L^3}{E_S I} = \frac{5}{384} \times \frac{(0,128 \times 10^3 \times 4,2) \times 4200^3}{197348 \times 9,06 \times 10^6} = 0,29 \text{ mm}$$

Gesamtverformung  $\approx \delta_1 + \delta_2 = 7,09 + 0,29 = 7,38$  mm

$$\delta_{\text{limiting}} = \frac{\text{span}}{250} = \frac{4200}{250} = 16,8 \text{ mm}$$

Die Verformung ist ausreichend klein.

Steel  
Designer's  
Manual  
(5<sup>th</sup> Ed)